

(理工学専攻)

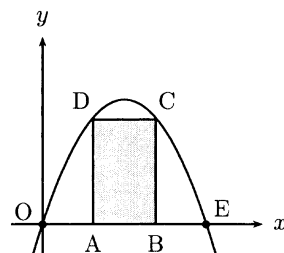
(注意) 解答用紙に途中の計算を明記せよ。各問の解答は解答枠の中に記入すること。

1 0 でない実数  $x, y, z$  が  $x + y + z = a$ ,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{a}$  を満たすとき、次の間に答えよ。

- (1)  $(a-x)(a-y)(a-z)$  の値を求めよ。  
 (2)  $w = x^n + y^n + z^n$  とおくと、 $w$  と  $a^n$  との大小を調べよ。ただし、 $n$  は正の整数である。

2 右図のように、放物線  $y = -x^2 + x$  と  $x$  軸とで囲まれた部分に長方形 ABCD を内接させる。A の座標を  $(t, 0)$ ,  $0 < t < \frac{1}{2}$ , とするとき次の間に答えよ。

- (1) 長方形 ABCD の面積  $S$  を  $t$  で表せ。  
 (2)  $S$  が最大となるとき、辺 AB の長さを求めよ。

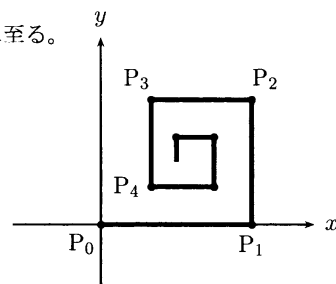


3  $xy$  平面上を動点 P が次の規則に従って動くものとする。ただし、 $P_t$  は時刻  $t$  における動点 P の位置を表し、 $0 < \alpha < 1$  とする。

- (a)  $P_0 = (0, 0)$  から出発し、 $x$  軸に沿って正方向に進み、時刻  $t = 1$  に  $P_1 = (1, 0)$  に至る。  
 (b) 時刻  $t = n$  ( $n$  は正の整数) において直角に左折し、距離  $\alpha^{n-1}$  だけ直進して時刻  $t = n + 1$  に  $P_{n+1}$  に至る。

このとき次の間に答えよ。

- (1)  $t \rightarrow \infty$  のときの動点 P の極限の位置  $P_\infty$  の座標を求めよ。  
 (2)  $\alpha$  が  $0 < \alpha < 1$  の範囲を動くとき点  $P_\infty$  の描く曲線を求め、また図示せよ。



4 二つの放物線  $y = a^3x^2 \dots \textcircled{1}$   $x = b^3y^2 \dots \textcircled{2}$  があり、 $\textcircled{1}$  と  $\textcircled{2}$  の交点で原点 O と異なるものを P とする。このとき次の間に答えよ。ただし、 $a, b > 0$  とする。

- (1) 点 P の座標を求めよ。  
 (2)  $\textcircled{1}$  と  $\textcircled{2}$  が囲む図形の面積を求めよ。  
 (3) 点 P における  $\textcircled{2}$  の接線  $l$  の方程式を求めよ。また  $l$  と  $\textcircled{1}$  の交点のうち P と異なる点 Q の座標を求めよ。

5 行列  $A = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$  に対し、次の間に答えよ。

- (1)  $(P^{-1}AP)^n$  を求めよ。ただし、 $n = 1, 2, 3, \dots$  である。  
 (2)  $A^n = P(P^{-1}AP)^n P^{-1}$  であることを用いて  $A^n$  を求めよ。  
 (3) 数列  $\{a_n\}$  および  $\{b_n\}$  が  $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  によって定められるとき、 $\{a_n\}$  および  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ。  
 (4) (3) の数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  に対し、極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$  を求めよ。

数 学 (記述式) 解 答 用 紙

(理工学専攻)

受験 番号	
----------	--

採 点 欄	
-------------	--

注: 1 受験番号をすべての解答用紙に記入せよ。

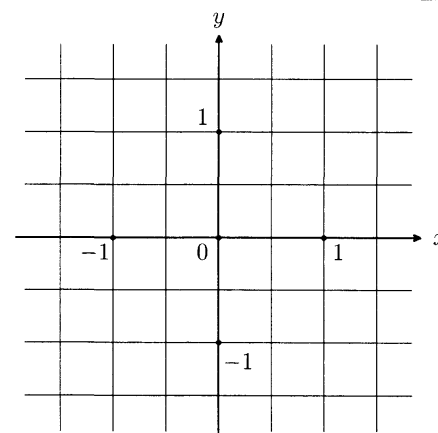
2 氏名を記入してはいけない。

**3** (1)

(1) の 答	
---------------	--

(2)

(2) の 答	
---------------	--



曲線のグラフはここに書く